

ردیف	سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی هریک از عبارات زیر را مشخص کنید. (با ذکر دلیل) الف) اگر توابع $f$ و $g$ در یک فاصله اکیدا صعودی باشند، آنگاه تابع $f + g$ نیز در این فاصله اکیدا صعودی است. ب) تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است.	۰/۷۵ ۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف) اگر دامنه و برد تابع $y = f(x)$ به ترتیب $[a, b]$ و $[c, d]$ باشد، دامنه و برد تابع $y = f(kx)$ برای $k > 0$ به ترتیب ..... و ..... می باشد. ب) دامنه تابع تانژانت ..... می باشد. پ) برای پیدا کردن مجانب های قائم توابع کسری به سراغ ..... می رویم .	۱ ۰/۵ ۰/۲۵
۳	اگر نمودار تابع $f$ به صورت زیر باشد، الف) نمودار تابع $y = f(4x + 2)$ را رسم کنید. ب) تابع $f$ در چه بازه هایی اکیدا صعودی و در چه بازه هایی اکیدا نزولی است؟	۱ ۰/۷۵
۴	نمودار تابع $f(x) = (x - 2)^3 + 1$ را در نظر بگیرید. الف) نمودار تابع $f$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید. ب) نشان دهید تابع $f$ وارونپذیر است و نمودار $f^{-1}$ را رسم کنید. پ) ضابطه $f^{-1}$ را به دست آورید.	۱ ۱ ۰/۵
۵	مقدار $m$ را طوری بیابید که دو چندجمله ای $p(x) = x^2 + mx + 9$ و $f(x) = x^3 - 2x + 3$ در تقسیم بر $x - 1$ هم باقی مانده باشند.	۱
۶	نمودار تابع $y = 1 - \cos 2x$ را رسم کنید و مقادیر $max$ و $min$ و دوره تناوب این تابع را بیابید.	۱/۷۵
۷	معادلات زیر را حل کنید. الف) ب)	۱ ۱ ۱

$$2\cos^2 x - \cos 3x - 1 = 0$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} + 2 \tan x = 0$$

پ)  $\sin 4x - \cos x = 0$

۳/۷۵	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x^3 + x - 1}{6x^3 + 1}$ $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2 - 1}{-t^2 + t^3}$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - 2x^2$	<p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ 2x  - 2[x]}{x}</math></p> <p>ث) <math>\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + x - 12}</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}</math></p>	<p>حاصل حدهای زیر را بیابید.</p> <p>الف)</p> <p>ب)</p> <p>ت)</p> <p>ج)</p>	۸
۲		$f(x) = \frac{4x^2 - 4}{x^2 + 4x + 3}$	مجانب های افقی و قائم تابع را در صورت وجود بیابید.	۹
۱		$f(x) = \frac{1}{x -  x }$	نمودار تابع در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟	۱۰
۲۰	عسگری	موفقیت یعنی توفیق بندگی خدا. "موفق باشید"		جمع

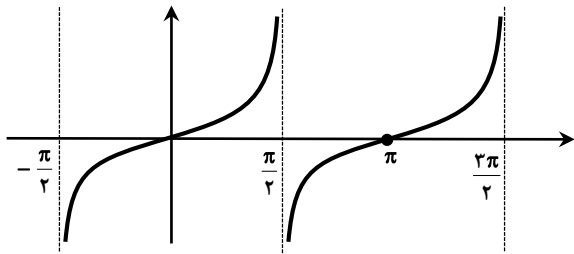
بسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش شهرستانهای تهران پاسخنانه: حسابان ۲  
 نیمسال اول سال تحصیلی ۹۸-۹۷ پایه: دوازدهم  
 نام آموزشگاه:

۱- الف) درست (۰/۲۵)

۰/۲۵)  $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$  ,  $g(a) < g(b)$  : f, g اکیداً صعودی

۰/۲۵)  $(f + g)(a) = f(a) + g(a) < f(b) + g(b) = (f + g)(b) \Rightarrow (f + g)(a) < (f + g)(b)$



ب) نادرست (۰/۲۵)

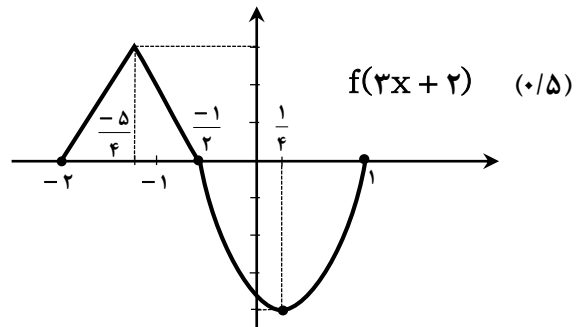
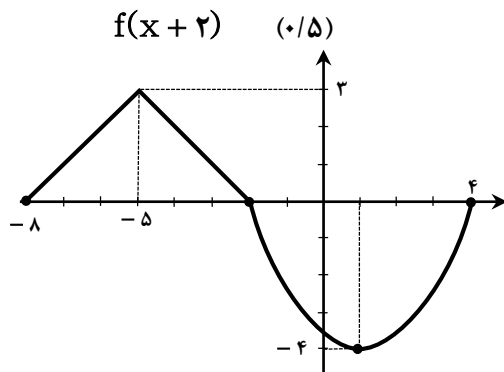
۰/۵) در بازه  $[\frac{\pi}{2}, \pi] \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$  نه صعودی و نه نزولی است.

۲- الف)  $D: [\frac{a}{k}, \frac{b}{k}]$  و  $R = [c, d]$  (۰/۵)

ب)  $D : \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$  (۰/۵)

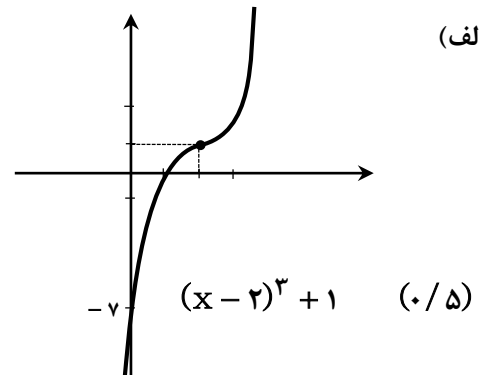
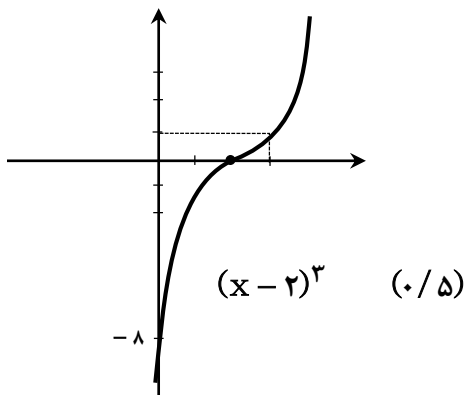
پ) ریشه‌های مخرج (۰/۲۵)

۳- الف)

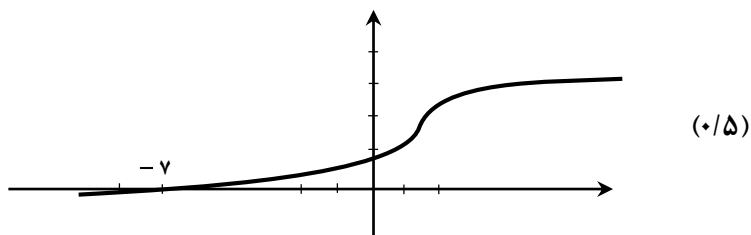


ب) (۰/۲۵) اکیداً صعودی  $[1, 4]$  (۰/۲۵) اکیداً صعودی  $[-8, -5]$  (۰/۲۵) اکیداً نزولی  $[-5, 1]$

۴- الف)



ب) برای وارون پذیری به هر دو روش رسم شکل و ضابطه نمره تعلق می‌گیرد. (۰/۵)



$$y = (x-2)^3 + 1 \rightarrow y-1 = (x-2)^3 \rightarrow \sqrt[3]{y-1} = x-2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} x = \sqrt[3]{y-1} + 2 \quad (پ)$$

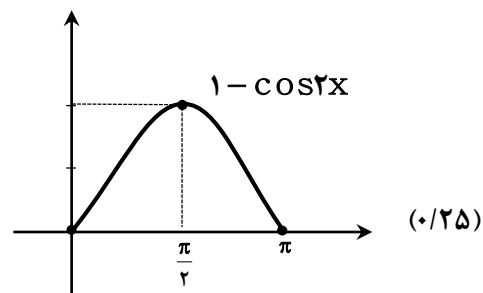
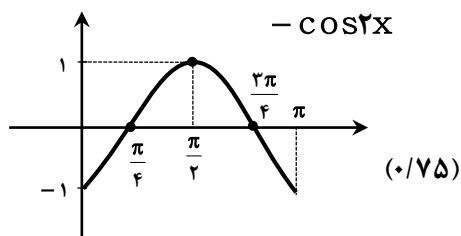
$$f(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2 \quad (۰/۲۵)$$

$$x-1=0 \rightarrow x=-1 \xrightarrow{(۰/۲۵)} f(-1) = (-1)^3 + 2 + 3 = -1 + 5 = 4 \quad (۰/۲۵) \quad -۵$$

$$\max = |a| + c = 1 + 1 = 2 \quad (۰/۲۵) \quad -۶$$

$$\min = -|a| + c = -1 + 1 = 0 \quad (۰/۲۵)$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi \quad (۰/۲۵)$$



$$\text{الف) } 2\cos^2 x - \cos 2x - 1 = \cos 2x - \cos 2x = 0 \quad (۰/۲۵) \quad -۷$$

$$\cos 2x = \cos 2x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi & (۰/۲۵) \\ 2x = 2k\pi - 2x \Rightarrow 4x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{4} & (۰/۲۵) \end{cases}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{\cos^2 x} + 2\tan x = 1 + \tan^2 x + 2\tan x = 0 \quad (۰/۲۵)$$

$$(\tan x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \tan x = -1 \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۰/۲۵)$$

$$\text{پ) } \sin 4x = \cos \pi \xrightarrow{\cos \pi = -1} \sin 4x = -1 \quad (۰/۲۵)$$

$$4x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \quad (۰/۲۵)$$

الف)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x^2}{6x^2} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$  (۰/۵) -۸

ب)  $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2 - 1}{-t^2 + t^2} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2}{t^2} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = 1$  (۰/۵)

پ)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|2x| - 2[x]}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x + 2}{x} = \frac{2}{0^-} = -\infty$  (۰/۵)

ت)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{x+1}{\tan x} = \frac{\frac{\pi}{2} + 1}{\tan \frac{\pi}{2}} = \frac{\frac{\pi}{2} + 1}{+\infty} = 0$  (۰/۵)

ث)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + x - 12} = \frac{14}{0^-} = -\infty$  (۰/۵)

ج)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 2x^2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = -\infty$  (۰/۵)

چ)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x}{x^2 - 3x^2 + 3x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-(x-1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-1}{(x-1)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$  (۰/۵)

مجانبات قائم :  $x^2 + 4x + 3 = (x+3)(x+1) = 0$   $x = -3$  (۰/۵) -۹  
 $x = -1$

$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{4x^2 - 4}{x^2 + 4x + 3} = \frac{32}{0^-} = -\infty$  (۰/۵) خط  $x = 3$  مجانب قائم است.

خط  $x = -1$  مجانب قائم نیست. (۰/۵)

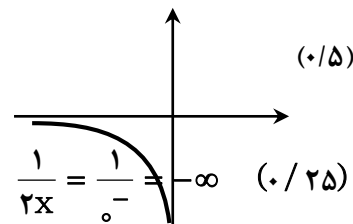
$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4x^2 - 4}{x^2 + 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+3)} = \frac{-8}{2}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 4}{x^2 + 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2}{x^2} = 4$  (۰/۵) خط  $y = 4$  مجانب افقی است.

$f(x) = \frac{1}{x - |x|}$   $D : (-\infty, 0)$  (۰/۲۵) -۱۰

تعریف نشده

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{0} & x \geq 0 \\ \frac{1}{2x} & x < 0 \end{cases}$



$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$  (۰/۲۵)