

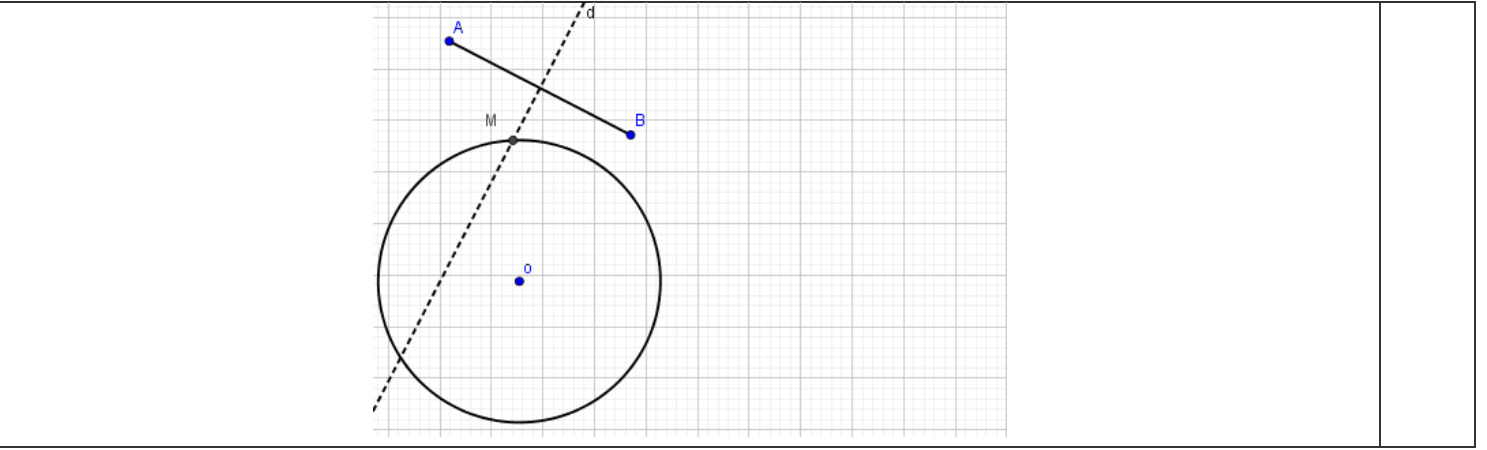
سوالات امتحان درس: هندسه ۳		کارشناس سنجش و ارزشیابی منطقه بسطام	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه: دوازدهم ریاضی دوره: متوسطه دوم		آموزشگاه: .....	تاریخ امتحان:
شیوه: سالی-واحدی (روزانه)		دی ماه سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷	ساعت شروع:
تعداد کل سوال: ۱۴ سوال		تعداد صفحه: ۲ صفحه	صفحه: ۱
نام:	نام خانوادگی:	شماره دانش آموزی:	شماره کلاس:
ردیف	سوالات		
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف: نیمساز هر زاویه مکان هندسی نقاطی از صفحه است که.....</p> <p>ب: نقطه A روی دایره C(O, R) است اگر فقط اگر.....</p> <p>ج: مکان هندسی مرکزهای همه دایره هایی باشعاع ثابت r که بر دایره C(O, R) در صفحه این دایره مماس خارجی اند، برابر..... است.</p> <p>د: وضعیت دودایره <math>x^2 + y^2 = 9</math>, <math>x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0</math> نسبت به هم ..... است.</p>		
۲	<p>اگر دو ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} 2x-y &amp; 5 \\ z &amp; 1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 3 &amp; 2x+y \\ -2 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> برابر باشند، مقدار <math>x + y + z</math> را محاسبه نمایید.</p>		
۳	<p>a و b را چنان بیابید که دو ماتریس <math>\begin{bmatrix} 1 &amp; 3 \\ 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math>, <math>\begin{bmatrix} 2 &amp; a \\ -1 &amp; b \end{bmatrix}</math> تعویض پذیر باشند.</p>		
۴	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 3 \\ 5 &amp; 7 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 4 &amp; 2 \\ 5 &amp; 1 \end{bmatrix}</math>، ماتریس <math>2A^{-1} + 7B^{-1}</math> را بنویسید.</p>		
۵	<p>ریشه های معادله <math>\begin{bmatrix} -1 &amp; 0 \\ 2 &amp; 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0</math> را بیابید.</p>		
۶	<p>اگر A ماتریس مربعی و <math> A  = 3</math> باشد، حاصل <math> A^{-1} ^3 +  (A^3)^{-1} </math> را محاسبه نمایید.</p>		
۷	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 0 &amp; 3 \\ 1 &amp; 3 &amp; 5 \\ 1 &amp; 0 &amp; 2 \end{bmatrix}</math>، مقدار <math> A^3 </math> را حساب کنید.</p>		
۸	<p>به ازای چه مقادیری از K دستگاه <math>\begin{cases} kx + 3y = 4 \\ x - 2y = 3 \end{cases}</math> یک دسته جواب منحصر بفرد دارد؟</p>		
۹	<p>ماتریس مربعی A از مرتبه ۳ است. اگر <math> A  = 3</math>، مقدار <math> 3A </math> کدام است؟</p> <p>۶ (۱)      ۹ (۲)      ۲۷ (۳)      ۸۱ (۴)</p>		
۱۰	<p>حدود a را طوری بدست آورید که <math>x^2 + y^2 - 3x + 5y + a = 0</math> بتواند معادله یک دایره باشد.</p>		
۱۳	جمع بارم صفحه ۱		

۲۰	جمع کل بارم	
بارم	سوالات	ردیف
۱/۵	خط $x + ky = 2$ دایره $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ را در دو نقطه قطع می کند، فاصله این دو نقطه چقدر است؟	۱۱
۲	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(1, -2)$ و بر دایره $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ مماس خارج باشد.	۱۲
۲	نقاط $A(-1, 0), B(3, 0), C(0, -3)$ رئوس مثلث $ABC$ هستند. طول شعاع دایره محیطی مثلث $ABC$ چقدر است؟	۱۳
۱/۵	دایره $C$ به مرکز $O$ و شعاع $R$ و دو نقطه ثابت $A$ و $B$ داده شده اند. نقطه ای از دایره $C$ پیدا کنید که از دو نقطه $A$ و $B$ به یک فاصله باشد.	۱۴
۷	جمع بارم صفحه آخر	

موفق باشید.

ردیف	ریز بارم سوالات
۱	الف: از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد. ج: دایره ای به مرکز O و شعاع R+r ب: OA=R د: دودایره متداخل اند (هر مورد ۰/۵ نمره)
۲	$\begin{cases} z = -2 & (۰/۲۵) \\ 2x - y = 3 & (۰/۲۵) \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow \underbrace{x = 2}_{(۰/۲۵)}, \underbrace{y = 1}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{x + y + z = 1}_{(۰/۵)} \\ 2x + y = 5 & (۰/۲۵) \end{cases}$
۳	$\begin{bmatrix} 2 & a \\ -1 & b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & a \\ -1 & b \end{bmatrix} \quad (۰/۵) \Rightarrow$ $\begin{bmatrix} 2+3a & 6+2a \\ -1+3b & -3+2b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & a+3b \\ 3 & 3a+2b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 & (۰/۲۵) \\ b = \frac{5}{3} & (۰/۲۵) \end{cases}$
۴	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2 \times 7 - 3 \times 5} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{1 \times 3 - 2 \times 5} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} = \frac{-1}{7} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ $2A^{-1} + 7B^{-1} = 2 \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} + 7 \times \frac{-1}{7} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & 8 \\ 15 & -8 \end{bmatrix} \quad (۱)$
۵	$\begin{bmatrix} x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \underbrace{[-x + 2 \quad 3]}_{(۰/۵)} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x(-x + 2) + 3 = 0$ $\Rightarrow \underbrace{x^2 - 2x - 3}_{(۰/۵)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & (۰/۲۵) \\ x = 3 & (۰/۲۵) \end{cases}$
۶	$ A  = 3 \Rightarrow  A^{-1}  = \frac{1}{3} \quad (۰/۲۵) \text{ و }  (A^3)^{-1}  = \frac{1}{ A ^3} = \frac{1}{27} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow$ $ A^{-1} ^3 +  (A^3)^{-1}  = \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{27} = \frac{2}{27} \quad (۰/۲۵)$
۷	$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = 0 + 3 \times (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + 0 = 3 \quad (۰/۵) \Rightarrow$ $ A^3  =  A ^3 = 27 \quad (۰/۲۵)$

<p>دترمینان <math>A</math> را بر اساس ستون دوم بسط می دهیم.</p>	
<p>اگر دستگاهی بخواید دارای یک جواب منحصر بفرد باشد، باید دترمینان ماتریس ضرایب آن مخالف صفر باشد. پس:</p> $\begin{vmatrix} K & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \underbrace{-2K - 3}_{(0/25)} \neq 0 \Rightarrow \underbrace{K}_{(0/25)} \neq -\frac{3}{2}$	۸
$ 3A  = 3^3 \times  A  = 27 \times 3 = 81$	۹ گزینه ۴ (۰/۲۵)
$x^2 + y^2 - 3x + 5y + a = 0 \Rightarrow \underbrace{a^2 + b^2 - 4c}_{(0/5)} = 9 + 25 - 4a > 0 \Rightarrow \underbrace{34 - 4a}_{(0/25)} > 0 \Rightarrow a < \underbrace{\frac{17}{2}}_{(0/25)}$	۱۰
<p>مرکز این دایره <math>O(2,0)</math> است که در خط <math>X + ky = 2</math> صدق می کند. (۰/۲۵) پس این خط قطری از دایره می باشد و فاصله دو نقطه برخورد آن با دایره برابر قطر دایره است (۰/۲۵).</p> $R = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + 0 - 4 \times (-5)} = 3 \quad (0/25) \Rightarrow 2R = 6 \quad (0/25)$	۱۱
<p>چون دودایره مماس خارج اند، پس طول خط المکزین برابر مجموع شعاع هاست .</p> $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0 \Rightarrow O' (0,1), R' = \frac{1}{2} \sqrt{0 + 4 + 12} = 2 \quad (0/5)$ $OO' = \sqrt{(1-0)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{10} \quad (0/5)$ $\underbrace{OO'}_{(0/25)} = \underbrace{R + R'}_{(0/25)} \Rightarrow \sqrt{10} = R + 2 \Rightarrow \underbrace{R}_{(0/25)} = \sqrt{10} - 2 \Rightarrow$ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = (\sqrt{10} - 2)^2 \Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2 - 2x + 4y - 9 + 4\sqrt{10}}_{(0/5)} = 0$	۱۲
<p><math>C(0,-3), B(3,0), A(-1,0)</math>      <math>x^2 + y^2 + ax + by + c = 0</math></p> $\left. \begin{array}{l} A(-1,0): 1 - a + c = 0 \Rightarrow c - a = -1 \\ B(3,0): 9 + 3a + c = 0 \Rightarrow 3a + c = -9 \\ C(0,-3): 9 - 3b + c = 0 \Rightarrow c - 3b = -9 \end{array} \right\} (0/25) \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ c = -3 \\ b = -2 \end{cases} \quad (0/75)$ $\Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3}_{(0/25)} = 0 \Rightarrow R = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + 2^2 - 4 \times (-3)} = \frac{1}{2} \sqrt{20} = \sqrt{5} \quad (0/25)$	۱۳
<p>مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه ثابت <math>A</math> و <math>B</math> به یک فاصله باشند، عمود منصف <math>AB</math> است که آن را خط <math>d</math> می نامیم. (۰/۵)</p> <p>اگر خط <math>d</math> دایره <math>C</math> را در نقطه <math>M</math> قطع کند، نقطه <math>M</math> جواب مساله است. (۰/۲۵)</p> <p>اگر خط <math>d</math> دایره <math>C</math> را در دو نقطه قطع کند، مساله دو جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>اگر خط <math>d</math> بر دایره مماس باشد، مساله یک جواب دارد (۰/۲۵) و اگر خط <math>d</math> دایره را قطع نکند، مساله جواب ندارد. (۰/۲۵)</p>	۱۴



طراح: رضوانی